Problemas de Otimização Utilizando o SCIP

Viviane Frida Belli, André L. P. Guedes

Universidade Federal do Paraná (UFPR)

E-mails: vfbelli@inf.ufpr.br, andre@inf.ufpr.br

WPCCG 2021

Resumo

Ao organizar uma classificação possível de diferentes tipos de problemas de otimização, é possível identificar os métodos e técnicas utilizadas para a resolução destas diferentes categorias de problemas. Feita a classificação dos problemas de otimização, demonstraremos como o SCIP resolve uma categoria específica de problemas (3-coloração), quais técnicas utiliza e como é feita a entrada de dados dos problemas. Em seguida, faremos uma análise da resolução destes problemas no SCIP, utilizando técnicas de conversão e redução propostas pelo algoritmo desenvolvido por Beigel e Eppstein (2005).

Introdução

A utilização de softwares para a resolução de problemas de otimização é prática recorrente nas mais diversas aplicações, desde simples problemas de determinação de rotas em projetos de mobilidade de cidades, até problemas de design de chips para a indústria de semicondutores [Achterberg, 2009].

Considerando as diferentes categorias de problemas de otimização, existem métodos e técnicas específicos para sua resolução, portanto, classificar o tipo de problema implica na possibilidade de utilização da ferramenta adequada para sua resolução.

Uma classificação possível é feita com base na identificação das seguintes características do problema:

- tipo das variáveis: se discretas, contínuas ou ambas;
- características da função-objetivo e das funções de restrição (por exemplo: linearidade);
- presença de restrições;
- critérios da função objetivo;

No caso específico de utilização de softwares resolvedores de problemas de otimização, é interessante conhecer a técnica aplicada por este na resolução de determinado tipo de problema, pois a sua eficiência pode influenciar no desempenho geral da aplicação.

Modelagem de problemas de otimização

Para que seja possível chegar à solução de um problema de otimização, seja esta a solução viável ou a solução ótima, inicialmente é necessária a criação de um modelo matemático que represente tal problema.

Determinar o modelo confiável de um problema de otimização é traduzí-lo em um conjunto de equações e/ou inequações que descrevem o comportamento e objetivos do sistema e representam as suas restrições. Esta etapa é chamada de modelagem e é extremamente importante, pois, caso o modelo não expresse adequadamente o sistema ou processo que se busca otimizar, a solução obtida pelo método de otimização não será a melhor solução para o problema real [Biegler, 2010].

O processo de modelagem de um problema de otimização pode ser definido em etapas, de acordo com Carter et al. (2018) [Carter et al., 2018].

Este processo inicia-se com a **definição do problema** a ser modelado. Em seguida deve-se realizar a **observação do sistema** real, determinar quais aspectos do sistema são controláveis e quais não são, identificar os objetivos e propósitos do sistema e as restrições ou limitações que o controlam. Esta **coleta de dados** significa compreender o objetivo desejado do sistema e expressá-lo em termos matemáticos, fazendo a tradução de um problema real em um problema de otimização. Nesta etapa ocorre a determinação das variáveis do sistema, bem como a **formulação das restrições e da função objetivo**.

O sucesso desta etapa resume todo o processo de modelagem.

Após esta etapa, este modelo matemático deverá ser validado através da sua aplicação em cenários reais.

A figura 1 ilustra o processo de modelagem.

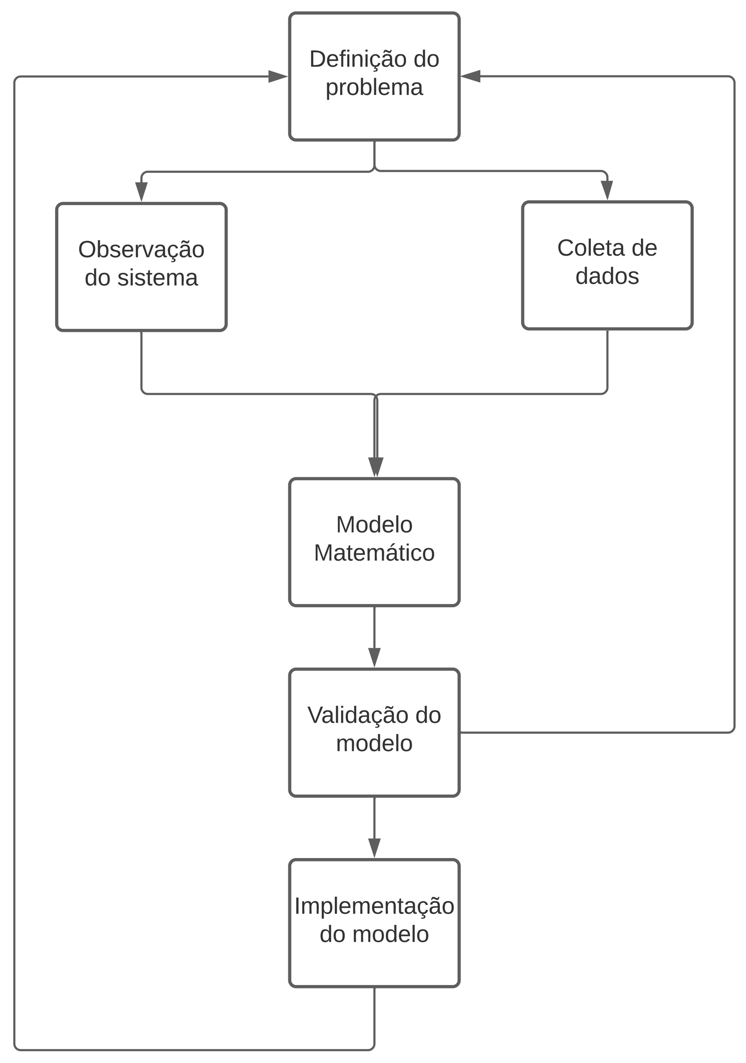

Figura 1: Modelagem de problemas de otimização

Classificação de problemas de otimização

Um esquema de classificação possível para os problemas de otimização é exemplificado na figura 2, baseado em Gandomi et al. (2013) [Gandomi et al., 2013].

Neste esquema, **de acordo com suas variáveis**, que podem ser contínuas ou discretas, os problemas de otimização são chamados respectivamente de problemas contínuos e problemas discretos, sendo que na categoria dos problemas discretos encontram-se os problemas chamados de Otimização Combinatória [Papadimitriou and Steiglitz, 1998].

Considerando a **relação entre as variáveis** de decisão da função objetivo e das restrições: havendo relação de linearidade entre as variáveis da função objetivo e entre as variáveis de todas as restrições do problema, este é dito linear. Caso contrário, se a função objetivo ou as restrições não forem lineares, o problema é não-linear.

Quanto à **existência ou não de restrições** em um problema de otimização, estes podem ser classificados em problemas de otimização restrita e irrestrita. Nos problemas de otimização restrita existem os sistemas de equações e inequações que representam as limitações do sistema e que geralmente requerem resolução para a maximização ou minimização da função objetivo. E nos problemas de otimização irrestrita, a função objetivo não está condicionada a nenhuma limitação do sistema. Neste tipo de problema pode ser resolvido com o uso de cálculo diferencial para determinar os pontos máximos ou mínimos da função objetivo [Luenberger et al., 1984].

Quanto ao critério da **quantidade de funções objetivo** a serem otimizadas em um problema, estes podem ser classificados em único objetivo e multiobjetivo. Um problema de otimização de único objetivo possui um único critério para escolha da solução ótima do problema, quando esta existe, e este critério é representado por uma função objetivo a ser otimizada. Porém, muitos dos problemas reais possuem vários objetivos a serem otimizados simultaneamente. Neste tipo de problema, é extremamente raro obter uma única solução que otimize todas as funções objetivo simultaneamente. O que acontece, habitualmente, é a otimização de uma das funções objetivo ter o efeito de mover a solução de outra função objetivo para além de seu valor desejável.

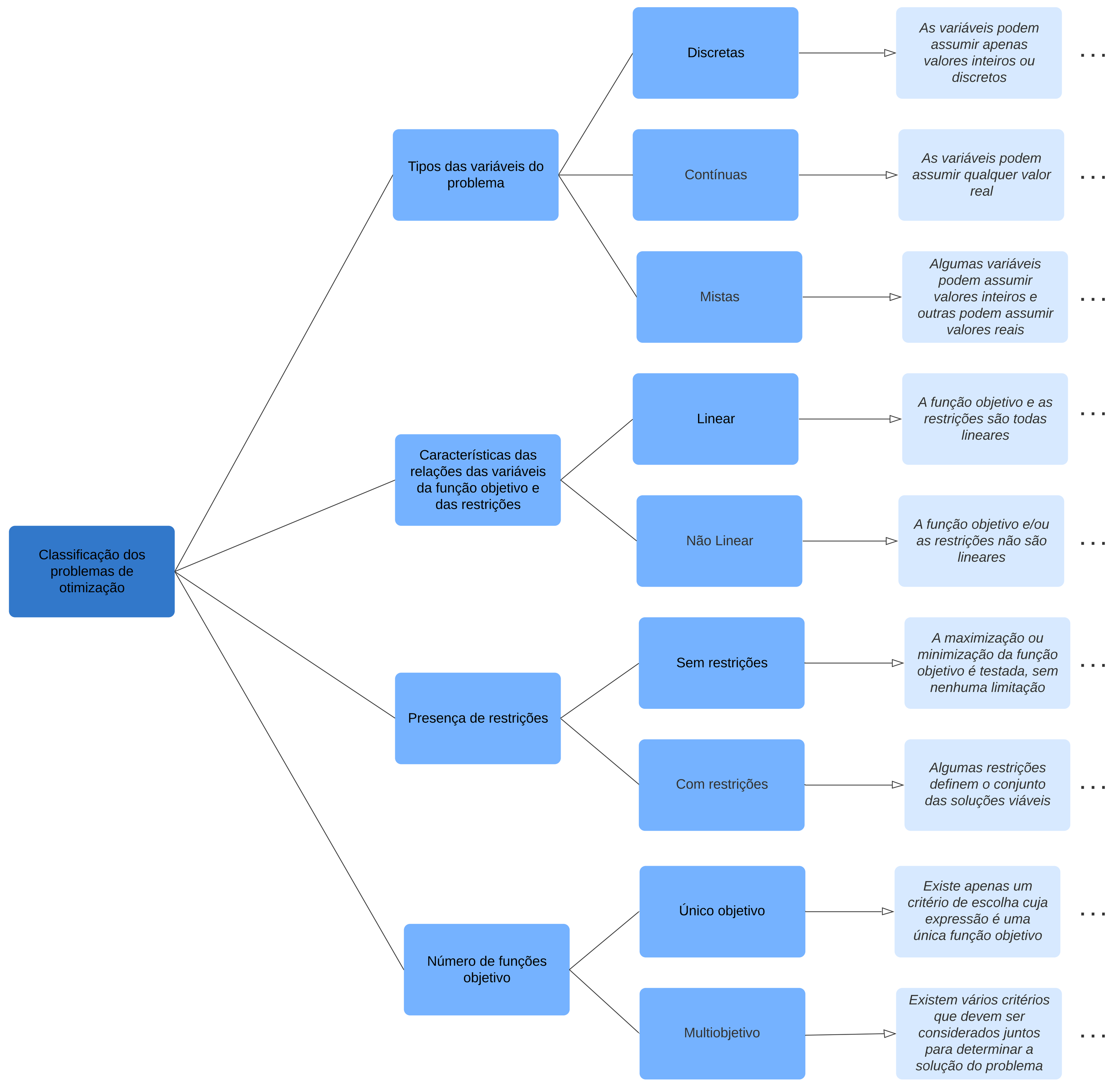

Figura 2: Classificação de problemas de otimização

SCIP

O SCIP (*Solving Constraint Integer Programs*) é a ferramenta que se busca analisar por possibilitar a resolução de diversos tipos de problemas. De acordo com seus desenvolvedores, o SCIP é um dos mais rápidos resolvedores de problemas de programação linear inteira mista e programação não-linear inteira mista.

Permite total controle do processo de resolução dos problemas e acesso detalhado a informações de todos os passos deste processo [Zuse Institute Berlin, 2021].

Referências

[Achterberg, 2009] Achterberg, T. (2009). Scip: solving constraint integer programs. *Mathematical Programming Computation*, 1(1):1–41.

[Beigel and Eppstein, 2005] Beigel, R. and Eppstein, D. (2005). 3-coloring in time o (1.3289 n). *Journal of Algorithms*, 54(2):168–204.

[Biegler, 2010] Biegler, L. T. (2010). *Nonlinear programming: concepts, algorithms, and applications to chemical processes*. SIAM.

[Carter et al., 2018] Carter, M. W., Price, C. C., and Rabadi, G. (2018). *Operations research: a practical introduction*. Chapman and Hall/CRC.

[Gandomi et al., 2013] Gandomi, A. H., Yang, X.-S., Talatahari, S., and Alavi, A. H. (2013). *Metaheuristic applications in structures and infrastructures*. Newnes.

[Luenberger et al., 1984] Luenberger, D. G., Ye, Y., et al. (1984). *Linear and nonlinear programming*, volume 2. Springer.

[Papadimitriou and Steiglitz, 1998] Papadimitriou, C. H. and Steiglitz, K. (1998). *Combinatorial optimization: algorithms and complexity*. Courier Corporation.

[Zuse Institute Berlin, 2021] Zuse Institute Berlin (2021). SCIP - solving constraint integer programs. https://scipopt.org/#scipoptsuite. Acessado em 03/06/2021.