

Cálculo de raízes quadradas de grafos utilizando um resolvidor pseudo-booleano

Pietro Cavassin^{a,b}, Aleffer Rocha^a, Renato Carmo^a

^a*Departamento de Informática, Universidade Federal do Paraná, Rua Cel. Francisco Heráclito dos Santos, 100 – Centro Politécnico, Curitiba, Paraná, Brasil*

^b*Autor para correspondência: pietro.polinari@gmail.com*

Palavras-chaves: raiz quadrada de grafos, programa pseudo-booleano, satisfazibilidade

O quadrado de um grafo H é o grafo H^2 dado por $V(H^2) = V(H)$ e $E(H^2) = \{uv: d_H(u, v) \leq 2\}$. Dizemos então que H é uma raiz quadrada de H^2 . Existem grafos com nenhuma, uma ou mais de uma raiz quadrada. O problema da Raiz Quadrada consiste em determinar se um grafo dado tem raiz quadrada. Trata-se de um problema \mathcal{NP} -completo (R. Motwani e M. Sudan: *Computing roots of graphs is hard*, 1994) que pode ser reduzido ao problema de satisfazibilidade booleana (P. L. Hammer e S. Rudeanu: *Pseudo-boolean programming*, 1969). Se G e H são tais que H é uma raiz quadrada de G , então $M_G = M_H + M_H^2$, onde M_G e M_H são suas respectivas matrizes de adjacência e as operações são booleanas. Essa igualdade define uma instância do problema de Satisfazibilidade Booleana: cada restrição corresponde a uma aresta de G e cada variável corresponde a uma aresta de H . Pode-se assim utilizar um resolvidor pseudo-booleano para computar raízes quadradas de G . Neste trabalho desejamos avaliar até que ponto é vantajoso pré-processar o programa pseudo-booleano antes de passá-lo ao resolvidor. Para tanto utilizaremos o **Solving Constraint Integer Programs** (SCIP, <https://www.scipopt.org/>). O pré-processamento que pretendemos realizar consiste em diminuir o número de variáveis e equações quando o valor de uma variável já é pré-determinado: se uma aresta não existe no grafo de entrada, ela também não pode existir numa sua raiz quadrada e assim o valor da variável correspondente no programa pseudo-booleano tem que ser zero. Investigar a possibilidade de haver outros pré-processamentos que possam ser realizados a fim de diminuir o tempo de pré-processamento do resolvidor será o próximo passo.