

Coloração de Arestas em Grafos Indiferença

Rafael Porto^{a,b}, Sheila M. Almeida^a

^a*Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Departamento Acadêmico de Informática,
R. Doutor Washington Subtil Chueire, 330, Ponta Grossa, PR, Brasil*

^b*rafael.1997@alunos.utfpr.edu.br*

Palavras-chaves: coloração de arestas, grafo de intervalo, grafo indiferença

Uma coloração de arestas é uma atribuição de cores para as arestas de um grafo. A coloração de arestas é própria se arestas que incidem no mesmo vértice têm cores distintas. O menor número de cores para uma coloração de arestas própria de um grafo G é o índice cromático de G , $\chi'(G)$. O Problema da Coloração de Arestas é determinar o índice cromático de um grafo G . O grau máximo de G , $\Delta(G)$, é o maior número de arestas incidentes em um mesmo vértice de G . Por definição, $\chi'(G) \geq \Delta(G)$.

Considere um grafo simples G . Existe um algoritmo polinomial para se obter uma coloração de arestas para G com $\Delta(G) + 1$ cores (V. Vizing, *On an estimate of the chromatic class of a p -graph*). Então, $\chi'(G) \in \{\Delta(G), \Delta(G) + 1\}$. Se $\chi'(G) = \Delta(G)$, G é classe 1; se $\chi'(G) = \Delta(G) + 1$, G é classe 2. Decidir se G é classe 1 é um problema NP-completo, conhecido como Problema da Classificação (I. Holyer, *The NP-Completeness of Edge-Coloring*).

Um grafo de intervalos é um grafo G que representa uma família $\mathcal{F}$ de intervalos da reta real, ou seja, existe uma correspondência biunívoca entre os vértices de G e os intervalos de $\mathcal{F}$; e dois vértices são adjacentes em G se e somente se seus respectivos intervalos se intersectam. Em 1985, D.S. Johnson afirmou que determinar a complexidade computacional do Problema da Classificação restrito aos grafos de intervalos é “possivelmente fácil” (D. Johnson, *The NP-completeness: An Ongoing Guide*). Em 1999, Figueiredo et. al provaram que todo grafo de intervalos G com $\Delta(G)$ ímpar é Classe 1 (C. Figueiredo, J. Meidanis e C. Mello, *Total-chromatic number and chromatic index of dually chordal graphs*).

Um grafo de intervalos é indiferença se representa uma família em que todos os intervalos têm o mesmo tamanho. O Problema da Classificação permanece em aberto mesmo quando restrito aos grafos indiferença. Neste projeto, pretende-se investigar o Problema da Coloração de Arestas e, conseqüentemente, o Problema da Classificação, para os grafos indiferença.

Dado um grafo G , um $\Delta(G)$ -vértice é um vértice de G que tem grau igual a $\Delta(G)$. Denotamos por $d(N(v))$ a soma dos graus dos vértices que são adjacentes a v em G . Seja Ψ a classe dos grafos G tais que todo $\Delta(G)$ -vértice v satisfaz $d(N(v)) \leq \Delta(G)^2 - \Delta(G)$. L. Zatesko et. al (Edge-colouring graphs with bounded local degree sums) provaram que todo grafo em Ψ é Classe 1. Este projeto está em fase inicial e pretende caracterizar os grafos indiferença que pertencem a Ψ .