

Reconhecimento de grafos IIC-comparabilidade

Lucas F. Glir^{a,b}, André L. P. Guedes^a

^a*Departamento de Informática, UFPR, Curitiba, PR, Brasil*

^b*Autor para correspondência: lfglir@inf.ufpr.br*

Palavras-chaves: Grafo, Grafo de Comparabilidade, Ordem Parcial, Decomposição Modular, Orientação Transitiva

Dado um conjunto parcialmente ordenado (poset), $P = (C, \leq)$, o grafo de comparabilidade de P é o grafo $G_p = (V, E)$ tal que $uv \in E$ se e somente se $u \leq v$ ou $v \leq u$. Um grafo G é um grafo de comparabilidade se existe P tal que G e G_p são isomorfos. Dado um poset $P = (C, \leq)$ e $x \in C$, $I_p^-(x) = \{y \in C | y \leq x\}$ e $I_p^+(x) = \{y \in C | x \leq y\}$ são, respectivamente, os intervalos de predecessores e de sucessores de x em P . Dizemos que P é fechado por interseção em intervalos (IIC) se $\mathcal{I}_p^- = \{I_p^-(x) | x \in C\}$ e $\mathcal{I}_p^+ = \{I_p^+(x) | x \in C\}$ são fechados por interseção. Um grafo G é IIC-comparabilidade se existe um poset IIC P tal que G e G_p são isomorfos. Queremos estudar o problema de reconhecimento de grafos IIC-comparabilidade. Um grafo de comparabilidade sem C_4 induzido é IIC. Mas, é necessário que todo C_4 esteja em uma 4-roda (um C_4 mais um vértice universal). Isso não é condição suficiente, pois ainda é preciso encontrar uma orientação de forma que o vértice central fique no meio. Note que um poset sobre o conjunto de vértices é equivalente a uma orientação transitiva das arestas. Uma forma de atacar o problema de reconhecimento de grafos IIC-comparabilidade é através dos algoritmos de reconhecimento de grafos de comparabilidade. Golumbic, em 1977, propõe que se oriente cada aresta individualmente, garantindo que a orientação continue coesa durante a execução do algoritmo. Entretanto, é difícil saber por qual aresta deve-se começar para que o algoritmo oriente corretamente as 4-rodas. Outra maneira é através da orientação transitiva dos grafos quocientes resultantes de uma decomposição modular. Para orientar as arestas, se orienta o grafo quociente e em seguida se repete o processo para os grafos induzidos pelos módulos. Com isso se espera que seja possível testar se o grafo é ou não IIC-comparabilidade através das possibilidades de orientação.