

Evidências para a Conjectura De Hougardy

Felipe Eduardo Pizzi^{a,b}, Juliano Silva do Nascimento^a, Sheila Moraes de Almeida^a

^a*Departamento Acadêmico de Informática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, R. Doutor Washington Subtil Chueire, 330, Ponta Grossa – PR, Brasil*

^b*Autor para correspondência: felipeeduardo@alunos.utfpr.edu.br*

Palavras-chaves: coloração de vértices, número cromático, conjectura de Hougardy, quasi-paridade estrita

O número cromático de um grafo G , $\chi(G)$, é o menor número de cores com que se pode colorir os vértices de G de maneira que vértices vizinhos tenham cores diferentes. Dado um grafo G e um número natural k , decidir se $\chi(G) \leq k$ é um problema NP-completo (E. Karp: *Reducibility among combinatorial problems*).

Uma clique é um conjunto de vértices dois a dois adjacentes. O tamanho da maior clique de um grafo G é denotado por $\omega(G)$. Um grafo G é perfeito se e somente se $\omega(H) = \chi(H)$ para todo subgrafo induzido H do grafo G . Uma dupla-par é um par de vértices não adjacentes tais que todos os caminhos induzidos entre eles têm comprimento par. A contração de duplas-pares em um grafo perfeito G produz um grafo perfeito H com o mesmo tamanho de maior clique. Portanto, $\chi(H) = \chi(G)$.

Um grafo é quasi-paridade estrita (SQP) se todo subgrafo induzido possui uma dupla-par ou é uma clique. Muitas subclasses de grafos perfeitos são quase-paridade estrita, como cografos, fracamente cordais, Gallai, Meyniel, e perfeitamente contraíveis. Mas, há grafos perfeitos que não têm dupla-par, como os grafos linha de bipartidos 3-conexos. Um grafo que não é SQP cujos subgrafos induzidos próprios são SQP é chamado de não-SQP minimal. Hougardy conjecturou que um grafo é não-SQP minimal se e somente se é um ciclo ímpar com pelo menos 5 vértices ou o complemento de um ciclo ímpar com pelo menos 7 vértices, ou um grafo linha de bipartido (S. Hougardy, *Even and odd pairs in linegraphs of bipartite graphs*).

A Conjectura de Hougardy é verdadeira para os grafos livres de garras (C. L. Sales e F. Maffray, *Even Pairs in Claw-Free Perfect Graphs*); livres de diamantes (A. E. Kézdy e M. Scobee: *A proof of Hougardy's conjecture for diamond-free graphs*); livres de touro (C. H. M. de Figueiredo, F. Maffray e C. R. V. Maciel, *Even Pairs in Bull-reducible Graphs*); e planares (C. L. Sales, F. Maffray and B. A. Reed, *On planar quasi-parity graphs*).

Neste projeto, procuramos novas evidências para a Conjectura de Hougardy em uma superclasse dos grafos livres de touro e em uma superclasse dos grafos livres de diamante. A primeira é a classe dos grafos que não contém S_3 , S_4 e $\overline{S_3}$ como subgrafos induzidos. A segunda é classe dos grafos probe livres de diamante.