

# Coloração de Arestas em Grafos Split-co-comparabilidade

Luis Gustavo da Soledade Gonzaga<sup>1</sup>, Sheila Morais de Almeida<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento Acadêmico de Informática  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)  
Av Monteiro Lobato, s/n - Km 04, CEP 84016-210 - Ponta Grossa - PR – Brasil

**Palavras-chave:** Coloração de arestas; Grafos split; Coloração em grafos

**Resumo.** Uma coloração de arestas própria em um grafo  $G$  é uma atribuição de cores para as arestas de  $G$  tal que arestas incidentes ao mesmo vértice têm cores distintas. O Problema da Coloração de Arestas é responder, dado um grafo  $G$ , qual o menor número de cores para uma coloração de arestas própria de  $G$ . Esse número é chamado de índice cromático de  $G$  e denotado  $\chi'(G)$ . Por definição,  $\chi'(G) \leq \Delta(G)$  para todo grafo simples. Segundo Vizing *On an estimate of the chromatic class of a  $p$ -graph* (1964),  $\chi'(G) \leq \Delta(G) + 1$  para qualquer grafo simples  $G$ . Portanto, quando  $G$  é simples  $\Delta(G) \leq \chi'(G) \leq \Delta(G) + 1$ . Um grafo  $G$  é Classe 1 se  $\chi'(G) = \Delta(G)$  ou Classe 2 se  $\chi'(G) = \Delta(G) + 1$ . O Problema da Classificação é decidir se um grafo simples  $G$  é Classe 1.

Johnson *The NP-completeness column: an ongoing guide* (1985) classificou problemas da teoria dos grafos ainda não solucionados quanto à dificuldade de uma possível solução. Um dos problemas enunciados como possivelmente fácil é o Problema da Classificação para grafos split. Entretanto esse problema permanece em aberto. Um grafo split é um grafo em que os seus vértices podem ser particionados em uma clique e um conjunto independente. Em Chen, Fu e Ko *Total chromatic number and chromatic index of split graphs* (1995) o Problema da Coloração de Arestas foi resolvido quando  $G$  é um grafo split com  $\Delta(G)$  ímpar ou um split completo (aquele em que todo vértice da clique é adjacente a todo vértice do conjunto independente). Almeida *Coloração de arestas em grafos split* (2012) apresentou alguns resultados parciais quando o grafo split  $G$  tem  $\Delta(G)$  par. Cruz et al. *The Overfull Conjecture on Split-Comparability Graphs* (2017) resolveram o Problema da Coloração de Arestas para os split-comparabilidade. Todos esses resultados são acompanhados de algoritmos polinomiais para solução do Problema da Classificação. A classe dos grafos split é fechada para a operação de complemento. O complemento de um grafo de comparabilidade é chamado de grafo de co-comparabilidade. Assim, chamamos o complemento de um grafo split-comparabilidade de split-co-comparabilidade. Para esta família de grafos, o Problema da Classificação permanece em aberto. A classe split-co-comparabilidade é equivalente à classe split-intervalos. Uma das subclasses dos grafos de intervalos é a classe dos grafos indiferença. Ortiz et al. *Characterizing and edge-colouring split-indifference graphs* (1998) apresentam solução polinomial para os problemas da Coloração de Arestas e da Classificação em grafos split-indiferença. Pretende-se verificar se é possível adaptar pelo menos uma das técnicas utilizadas na coloração de arestas dos grafos split-indiferença e dos grafos split-comparabilidade para a solução do Problema da Classificação nos split-co-comparabilidade. A escolha dessas técnicas para estudo deve-se à similaridade da estrutura entre as classes de grafos resolvidas e a classe em estudo.